**滴水尽其用**

**杨岑莹**

(南京大学，商学院，人力资源管理系，210093)

**陈炜**

(南京大学，工程管理学院，金融工程，210023)

**刘威志**

(南京大学，工程管理学院，工业工程，210023)

**摘要: 我们将水资源短缺归因于水资源在时间和空间上的不均匀分布，以及供给和需求的不平衡。对于前者，我们假定采用跨流域调水以及蓄水来解决问题；而对于后者，我们假定采用增加供给与控制需求的方法。我们首先使用灰色模型预测2025年时的水资源需求与供给的缺口，得到的结论是届时将有15个省份面临缺水，其中缺水最严重的江苏省将面临583.2亿的水资源缺口。接下来我们建立四个模型分别讨论了从调水、蓄水、海水淡化、节水四个方面改善届时的水资源状况。我们使用运输模型求得跨流域调水的最优解。根据结果我们建议从松辽流域向海河流域调水123.2亿，从长江流域向黄河流域调水52亿。我们使用库存论中的报童模型求取满足下游需求的最优蓄水量。使用模型对三峡大坝进行案例分析的结果表明，大坝至2025年应存储841亿的水量来满足届时下游的需要。对于海水淡化，我们使用了净现值分析方法比较，得出结论建议在上海建立4个海水淡化点，在其余给定地点亦建立若干。我们第四部分使用拉姆齐定价（Ramsey Pricing)来确定水价策略以达到节水目的。对陕西省的案例分析表明使用阶梯定价法可以减少每人每年17.8的水资源需求。最后，我们根据模型给政府提供了决策参考，并且对四个代表性的区域提出详细方案。我们的模型属于概念模型，求解结果来自数学上的最优化，因此，若我们能够有更精确的数据，我们可以在不进行繁琐重复工作的情况下得出更精确的结果。**

**关键字：水资源管理；灰色预测；运输模型；报童模型；成本效益分析；拉姆齐定价**

**1 引言**

近年来，人口与地理的变化，从城市化到气候变化，均增加了水资源的需求，并同时减少了水资源的供给。根据陶氏化学公司2011年的报告[1]，在中国661个城市中，有33%存在缺水现象，且有17%被认为是严重缺水。对于中国来说，使用世界上6%的水资源养育世界上20%的人口是一项严峻的挑战。对于当今的中国，水资源在时间和空间上的分布不均匀。例如中国的北方地区有着这个国家40%的人口，却只有这个国家5%的水资源。地表水与地下水的过度开采，更是加剧了水资源的短缺，同时还带来新的环境问题（Oelkers等，2011) [2]。因此，从数量与质量上解决水资源短缺问题是我们的当务之急。而本文就旨在解决中国可持续发展的水资源管理的挑战。

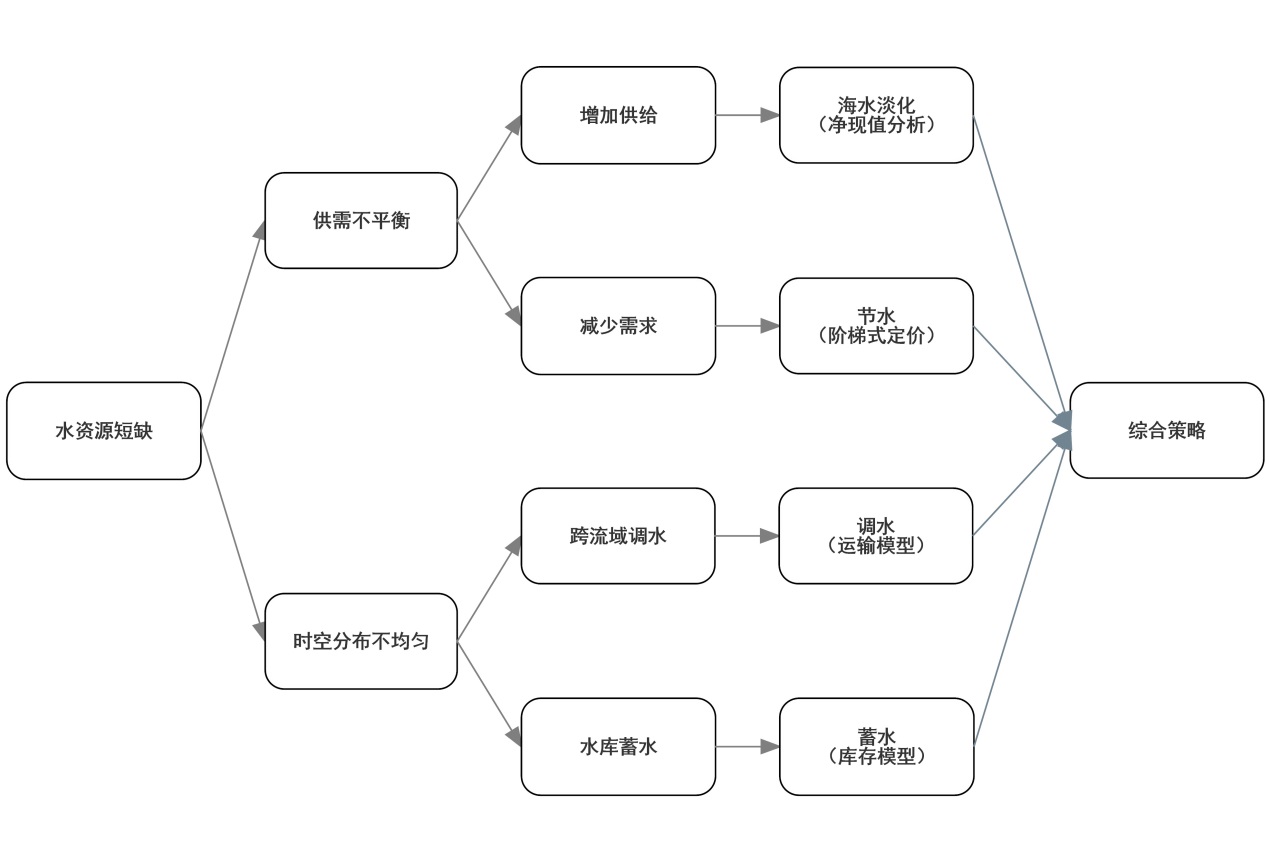
我们将问题分解成两个方面分解成两个方面：其一为水资源的供需不平衡，其二为水资源分布在时间与空间上的不均匀。首先，我们分别考虑如下四项策略：调水、蓄水、海水淡化以及节水，并分别使用了运输模型、库存模型、净现值分析以及阶梯定价方法（见图1）。其次我们综合四项策略，并从政府决策者的角度制定策略。具体地，我们旨在回答如下问题：

1． **2025年水资源的需求与供给情况如何？**回答该问题，我们可以得到2025年水资源需求与供给的缺口大小。在此基础上，我们可以进一步分析问题。

2． **如何解决预计的水资源短缺问题？**在我们四个模型的逻辑框架下，我们将分别提出四项策略，从不同方面解决水资源短缺问题，接着为中国的决策者提出一项综合的模型。

在文章的剩余部分，我们分析中国内地的每一个省份，包括例如北京的直辖市。为方便起见，我们将省份与直辖市均统称为“省份”，故本文共分析30个省份。我们的分析忽略了海南省、香港特别行政区、澳门特别行政区、台湾地区，因为它们与中国大陆的水资源管理系统相对独立。

**图1：模型的基本逻辑**



**2 水资源供给与需求的预测**

有许多方法可以用来对于时间序列数据进行拟合与预测，包括自回归、移动平均、Box-Jenkins模型、灰色模型、神经网络模型等。其中灰色预测模型仅需要少量数据便可以预测一个未知系统的行为（Deng，1989; Zhang和Liu，2001） [3,4]。因此，考虑到中国相关数据较少，我们使用灰色模型来预测水资源的供给与需求。

**2.1 数据描述**

本文使用的数据来自国家统计局从1999年到2011年的相关数据[5]。

**我们使用用水量（亿立方米）作为水资源的需求。**数据包括农业用水、工业用水、城市消费以及生态保护用水。注意到2004年的数据出于未知原因缺失，为保持数据的一致性，我们使用2003年和2005年的平均值作为2004年数据的代替。

**我们使用水资源总量的40%（亿立方米）作为水资源的供给。**水资源总量包括地表水与地下水量之和减去二者重复的部分。自然界的水资源质量有着不同的等级层次，其中仅有一部分为淡水，而淡水中仅有一部分可供人类使（The Dow’s Company，2011） [1]。基于国家统计局的数据[5]，我们使用水资源总量的40%作为水资源的供给。

**2.2 灰色模型**

我们使用GM(1,1)模型来预测2025年的水资源需求与供给。对每个省份，我们记水资源供给与需求的历史数据为：

其中表示1999年的水资源供给与需求，表示2011年的相应数据。对数据进行累计生成操作，我们有：

对序列求平均，我们有：

其中。随后建立灰色微分方程：

(1)

可得式1的白化微分方程：

(2)

解式2得：

使用此模型获得2025年水资源需求与供给的预测值后，我们计算需求与供给的缺口如下：

缺口=供给-需求

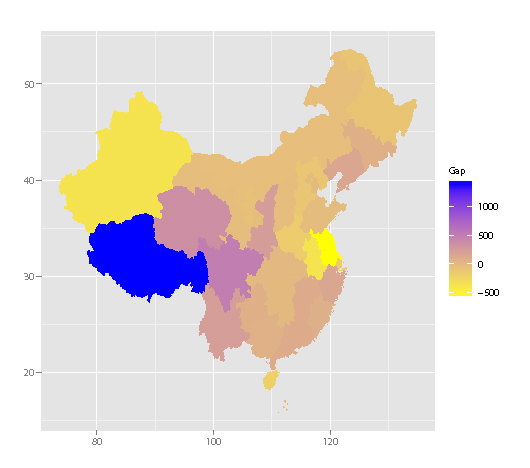
并将缺口作为我们进一步研究所使用的数据。

**2.3 预测结果**

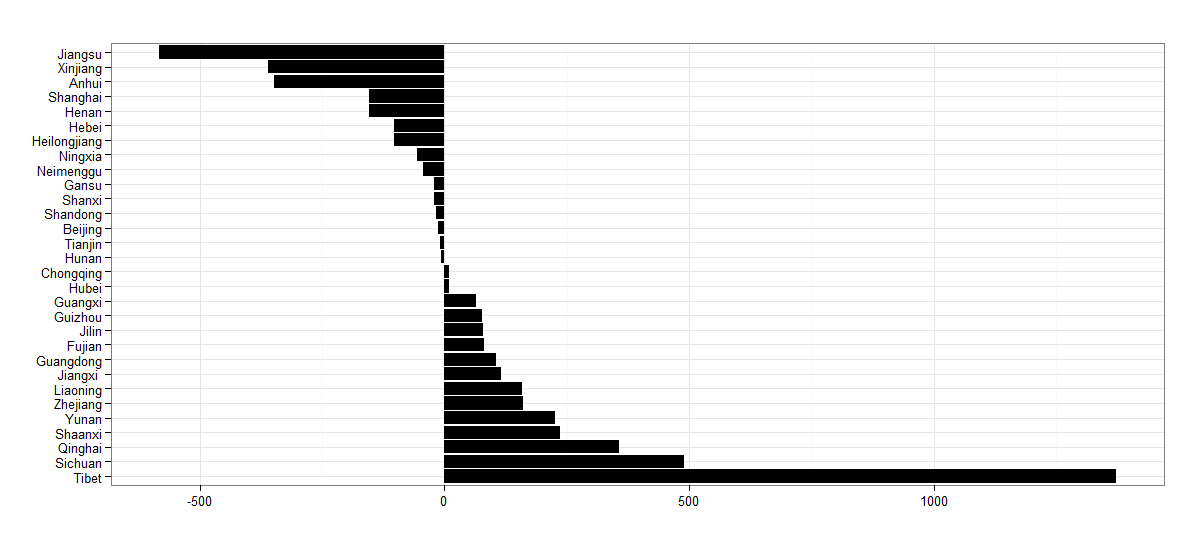
图2为使用MATLAB求解模型后得到的结果。如图所示，中国有一半的省份将在2025年面临缺水问题。在2025年将有15个省份面临缺水，包括江苏、新疆、安徽、上海、河南、河北、黑龙江、宁夏、内蒙古、甘肃、山西、山东、湖南、北京以及天津。上述大部分省份，除上海和湖南以外，均在中国的北部地区。该结果也与提到过的北部地区由于降水量少、气候干旱、工业农业用水与城市生活用水需求大，缺水更严重的事实相一致。江苏水资源缺口为583.24亿，排在缺水省份第一，其次是新疆与安徽，各有360.5亿 和349.3亿的缺口（见图3）。

在下文中的四个部分，我们将提出四项策略来解决水资源短缺的问题。

**图2：2025年中国各省份将面临的水资源缺口**



**图3：2025年中国各省份将面临的水资源缺口**

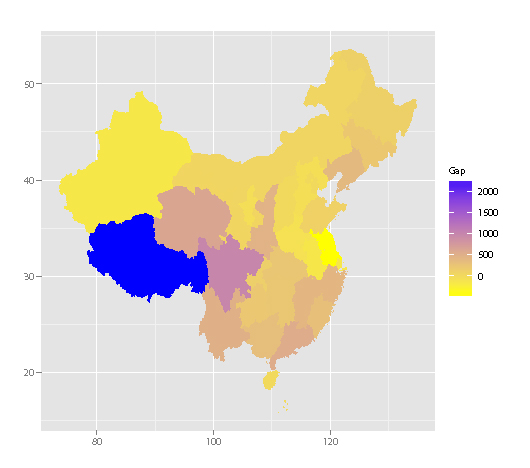
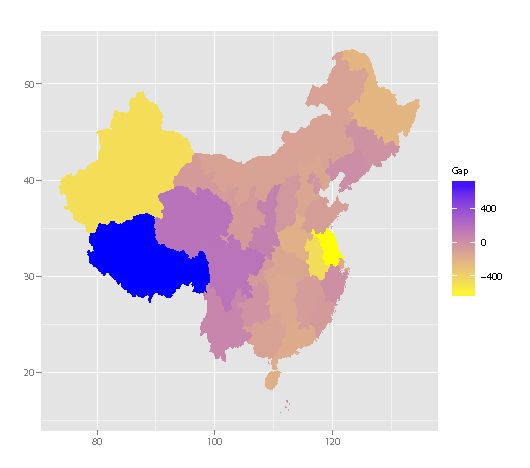


**2.4 敏感性分析**

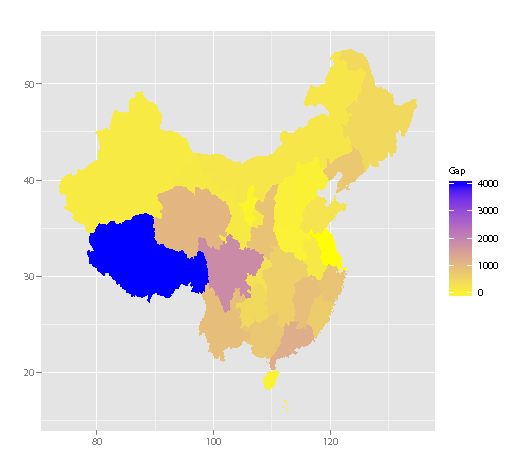
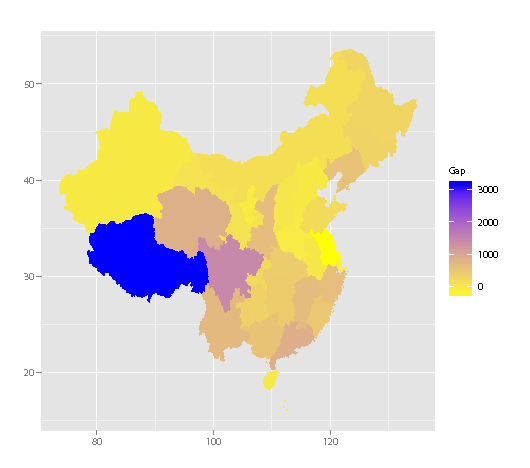
在我们的假设中，我们提到了使用水资源总量的一部分（40%）作为水资源的供给。在这一部分，我们将测试预测结果对该比例值变动的敏感程度。如图4，该比例值的变化对我们预测的水资源在中国的分布情况影响甚微，不过缺口的绝对值（见图4中的图例）将发生变化。

灰色模型，包括前文中提到的其他统计模型存在一个共同的缺点，就是使用过去的变化趋势来预测未来的变化。该方法假设了变化的趋势将在未来持续下去，而我们没有方法能够保证这个假设是否会始终成立，因此我们的预测结果将可能存在偏差。作为该方法的代替，David等（1998）[7] 提出了一个概念模型。作者意识到将水资源短缺量化的难度，因此模型并不使用过去变化的趋势作为依据。模型基于水资源供给和需求的动态系统，仅需要某一年的一系列数据便可以预测未来的水资源状况。作者在文章中讨论了该模型的准确程度。由于相应数据的缺失，本文并未采用该模型，但当相应数据可以获得时，我们推荐使用此模型。关于预测的精度问题我们在文章中模型的优点与不足部分将有更多讨论。

**图4：使用不同的可用水比例值时算得的水资源分布情况**



(a) 20% (b) 60%



(c) 80% (d) 100%

**3 策略1：调水**

给定2025年水资源状况的预测值，我们使用数学模型来得出调水策略。

在中国大陆有若干条主要大河流，且学者常根据这些河流的分布将中国的河流划分为几个流域，如图5所示。

考虑到与跨流域的水资源调度相比，流域内的水资源调度相对简单且费用少，在模型中我们进考虑跨流域调水。因此，我们将每个省份的水资源缺口计算后，对属于每个流域的省份的缺口进行加总，得到每个流域的水资源缺口值。

首先，对于每个流域，认为水资源的供给和需求给定，我们计算出最大满足每个流域水资源缺口的最有运输策略。在数理模型的基础上，我们再导入相应的数据，得出具体的策略。

**图5：中国的流域划分**



**3.1 假设**

**运输成本与运水量和运水距离成正比。**将越多水运输越长距离，运输的成本就越高。由于跨流域运输极少量的水是不现实的，因此我们认为求解出的运输水量已经足够大，不考虑是否存在规模效应。

**水的运输工作在每年年初完成。**水资源的运输是一项连续的工作，但为了简单起见，我们认为水资源运出在每年年初的时刻即完成，完成后相应地区的缺口即被最大满足。

**每个流域间均存在跨流域调水通道。**中国有着若干项跨流域调水工程，比如南水北调工程。我们假设在每个流域之间均存在此类调水通道，在这些通道的帮助下我们可以完成跨流域调水。

模型使用的符号如下

**表1：运输模型使用的符号**

|  |  |
| --- | --- |
| 符号 | 含义 |
|  | 流域i。共有M个流域。 |
|  | 流域i在年初的水资源供给。 |
|  | 流域i在年初的水资源需求。 |
|  | 流域i的水资源供需缺口。 |
|  | 从流域i向流域j运水所需的每单位成本。 |
| *E* | 水资源的净供给方的集合，即存在多余水资源的流域的集合。 |
| *S* | 水资源的净需求方的集合，即水资源不足的流域的集合。 |
| *m* | 水资源净供给方的数量。 |
| *n* | 水资源净需求方的数量。 |
|  | 从流域i向流域j运输水的数量。 |
| *C* | 调水工作的总成本。 |

**3.2 运输模型**

首先我们确定水资源的净供给方与净需求方。对的流域，令；对的流域，令。记正的缺口为，负的缺口为。对于总的缺口可能的不同取值，我们分情况讨论。

*若G=0，水资源总供给等于水资源总需求，供需平衡。*优化问题可以写作：

s.t.

*若G>0，水资源总供给大于水资源总需求，供大于求。*则将第一个约束改为：

*若G<0，水资源总供给小于水资源总需求，供不应求。*则将第二个约束改为：

**3.3 求解**

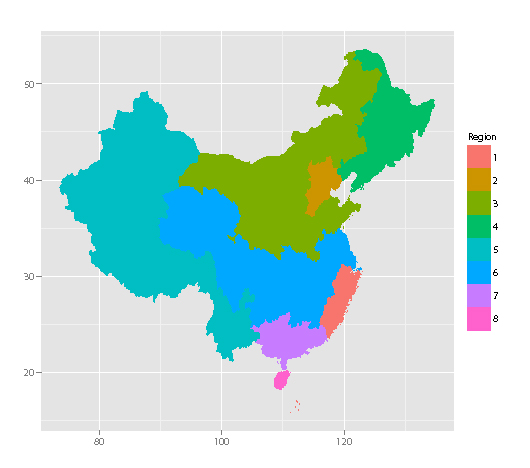
3.3.1 参数估计

*流域。*如图6所示，我们使用一种流域的划分方法，将中国大陆划分为7个主要流域，具体省份归属如表2所示。

**表2：流域的划分**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 记号 | 流域 | 省份 |
|  | 东南流域 | 福建，浙江 |
|  | 海河流域 | 北京，河北，天津 |
|  | 黄河流域 | 甘肃，河南，内蒙古，宁夏，山西，山东，陕西 |
|  | 松辽流域 | 黑龙江，吉林，辽宁 |
|  | 西南流域 | 西藏，新疆，云南 |
|  | 长江流域 | 安徽，重庆，贵州，湖北，湖南，江西，江苏，青海，上海，四川 |
|  | 珠江流域 | 广东，广西 |

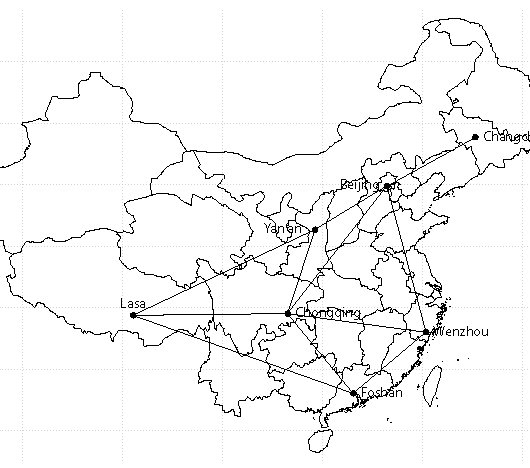
**图6：模型使用的7个流域**



*供给与需求。*从文章的上一部分，我们计算出了水资源在2025年的供需情况。根据我们的预测，共有两个流域面临水资源短缺，即（123.2亿）与（52.1亿），而其他流域将有盈余水量（：261.8亿，：159.0亿，：1286.8亿，：533.7亿，：197.0亿）。总水资源缺口为G=1792.7亿（总供给大于总需求，即存在盈余水量）。我们亦可以使用数据计算得到预测的净需求与净供给。此时，我们有E={, , , , }，且S={, }。

*运输成本（每水量每km）。*我们首先计算流域间的距离。由于每个流域的形状不规则，因此我们无法准确衡量每个流域之间的实际距离，因此我们使用每个流域的大致的中心城市之间的距离作为流域间距离的估计值。我们使用的中心城市是温州，北京，延安，长春，拉萨，重庆以及佛山，分别作为到的中心点（见图7）。由此方法计算出的流域间距离见表3。例如，表3中的第一行第一列表示的是与间的距离。为简单起见，我们假设每运输1 的水1 km将花费0.01元，因此运输的单位成本等于流域间距离的1%。

**图7：代表各流域中心的城市**



**表3：流域距离矩阵**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 距离（km） |  |  |  |  |  |  |
|  | 1382 |  |  |  |  |  |
|  | 1420 | 710 |  |  |  |  |
|  | 1809 | 858 | 1564 |  |  |  |
|  | 2880 | 2564 | 1872 | 3400 |  |  |
|  | 1390 | 1460 | 828 | 2300 | 1490 |  |
|  | 940 | 1904 | 1550 | 2570 | 2310 | 980 |

该问题相当于求解一线性规划问题，且该问题为线性规划中典型的运输模型。有了成本，供给，需求的数据，我们可以求解出该模型。模型的结果可见表4。

**表4: 调水策略**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 起始地 | 终止地 | 调水量（亿） | 成本（亿元） |
|  |  | 123.2 | 1057.30 |
|  |  | 52.1 | 431.46 |
|  |  | 总成本 | 1488.76 |

3.3.2 结论

在模型求解结果的基础上，我们得到如下解决水资源空间上分布不均匀的跨流域调水策略：

从（松辽流域）向（海河流域）运输123.2亿的水，花费1057.30亿元；

从（长江流域）向（黄河流域）运出52.1亿的水，花费431.46亿元；

跨流域调水共花费1488.76亿元。

**3.4 敏感性分析**

该模型使用了许多估计的参数与数据，因此我们应该仔细检验模型的结果对参数或数据的估计值变化的敏感性。以我们前述部分的估计值为基础，我们检验部分数据变动对模型求解结果的影响。从表5我们可以看到总成本的变化程度要小于我们估计值的变化程度，因此我们可以认为模型的求解结果比较稳定。尽管如此，我们的模型的确仍十分依赖于估计数据的准确性。不过，我们的模型的最优性始终是成立的，换言之，我们的模型总是在给定数据的基础上求解出正确地最优结果。

**表5：运输模型的敏感性分析**

|  |  |
| --- | --- |
| 与间距离的变化 | 总运输成本的变化 |
| 20.00% | 14.20% |
| 10.00% | 7.10% |
| -10.00% | -7.10% |
| -20.00% | -14.20% |

**4 策略2： 水存储**

和调水策略不同的是，水存储策略主要是为了解决水资源在时间分布上的不均匀，储存下来的水资源可备日后之用。常见的水存储方式包括自然的地下蓄水，以及人工水库等等。在这一节，我们主要解决如何利用水库来更好的解决未来水短缺的问题。

面对未来需求不确定，决定需要存储多少水资源非常类似于一个报童问题，即决定一个最优的订购量来满足未来不确定的需求，因此我们采用了经典的报童模型来刻画这一问题。为了叙述问题的方便，在这一部分，我们用“需求”这个词来表示之前提到的水缺口。

这一节剩余的部分，我们建立了一个理论的库存模型并以中国的三峡水库为案例对我们的模型进行了计算。

**4.1 假设与符号说明**

我们刻画的这一模型具有这样一些假设：

1. 水库的存储的水资源由上游水域供给、本地降水以及日常储水量构成。因此在决定水库水订购量时，水库所面临的水需求应为下游真实的水需求扣除掉水库本地的降水量以及水库的日常储水量；

2. 水库存储的水资源用来满足下游的水需求；

3. 由于储水不够，不能满足下游的需求，会为带来缺货成本。另一方面，如果储水过多，而不能为上游经济发展做出贡献，会带来机会成本；

4. 下游的水需求服从正态分布。其累积分布函数为F(x)，概率密度函数为f(x)。

本模型中所用到的一些符号说明如下：

**表6: 报童模型中的一些符号说明**

|  |  |
| --- | --- |
| 符号 | 解释说明 |
|  | 下游的总水需求，该变量服从正态分布 |
|  | 水库的订购量 |
| s | 缺货成本，反映在订水不足，下游的总水需求无法满足而带来的经济损失 |
| c | 机会成本，反映在订水过多，多余的水本可为上游带来经济利润而造成的机会损失 |
| TC(q) | 水库的总成本 |

**4.2 水库的报童模型**

我们从成本的角度建立了报童模型，以决定最优的订购量来最小化这一成本。具体的模型如下所示：

通过对TC(q)求一阶导数，并令其为0，我们得到了：

(3)

因为TC(q)关于决策变量q的二阶导数非负：

因此这一问题存在最优解使得总成本最小，通过求解方程（3），我们得到了最优订购量所满足的条件如下:

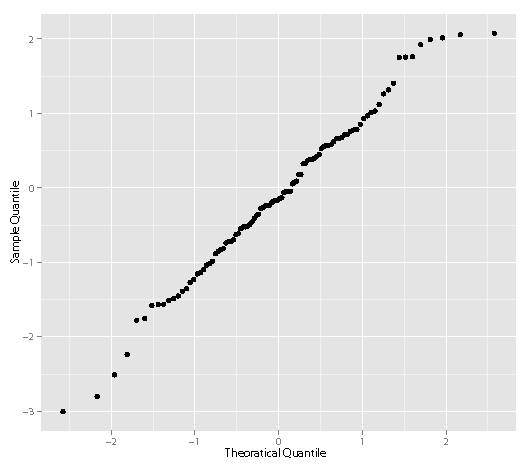
**4.3 案例研究：三峡水库**

坐落在宜昌市的三峡水库作为中国最大的水库，其代表性以及战略重要性不言而喻，是其下游省市的最大水资源提供方，包括湖南、湖北、江西、安徽、江苏以及上海。我们把理论模型应用到三峡水库上，借用实际数据，来决定三峡水库最用的订水量。

4.3.1 下游历史水需求数据的正态性检验

我们利用三峡水库下游各个省市的历史总水需求数据来来做正态性检验。图8所显示的Q-Q图说明了历史数据和正态分布之间有很好的吻合。Shapiro-Wilk检验也证实了我们的假设（W = 0.9885, p = 0.5429），即在样本数据符合正态分布的假设下，获得与观察值W=0.9885相等或更极端的值的概率是54.29%。因此，我们的数据支持我们的正态性假设，即我们认为下游的水需求数据服从正态分布。

**图 8: 历史书需求数据的Q-Q图**



4.3.2 参数估计

由于水资源短缺会对农业、工业生产以及城市消耗造成直接的负面影响，进而影响到当地的GDP，因此我们将缺货成本定义为由于下游的水需求没被满足而对下游GDP造成的损失。官方目前使用万元GDP耗水量来衡量水对当地GDP的贡献值，因此我们在模型中用下游地区每立方米水对GDP的贡献值来作为我们的缺货成本。

另一方面，如果水库订水过多的话，多余的水本可以对上游地区的农业、工业生产以及城市消耗带来经济价值，因而会产生机会成本。同样地，我们在这里使用上游地区每立方米水对GDP的贡献值作为模型当中的机会成本。并且简化起见，我们并不考虑多订的水所额外产生的管理或者环境成本。

三峡水库的下游地区包括湖北省、湖南省、江西省、安徽省、江苏省、上海市，其上游地区包括青海省、四川省、贵州省以及重庆市。缺货成本s用三峡水库下游地区各省市单位立方米水对GDP的贡献值的平均值表示，机会成本c则用三峡水库上游地区各省市单位立方米水对GDP的贡献值的平均值表示。我们从国家统计局[5] 获得各个地区近三年的GDP以及需水量，通过简单地计算，我们得到了缺货成本s=53.44元/立方米，机会成本c=222.43元/立方米。

将三峡水库当地的降水量以及日常储水量（水库的最低储水要求）考虑进来，我们将三峡水库下游的净需求（均以一年的跨度说明）定义为：

净需求 = 下游地区水缺口 三峡水库降水量 日常储水量

上面式子中的水缺口是相应下游省市总水缺口的平均值，其值经过计算为1544.8 亿立方米。三峡水库降水量按照下述公式进行计算：

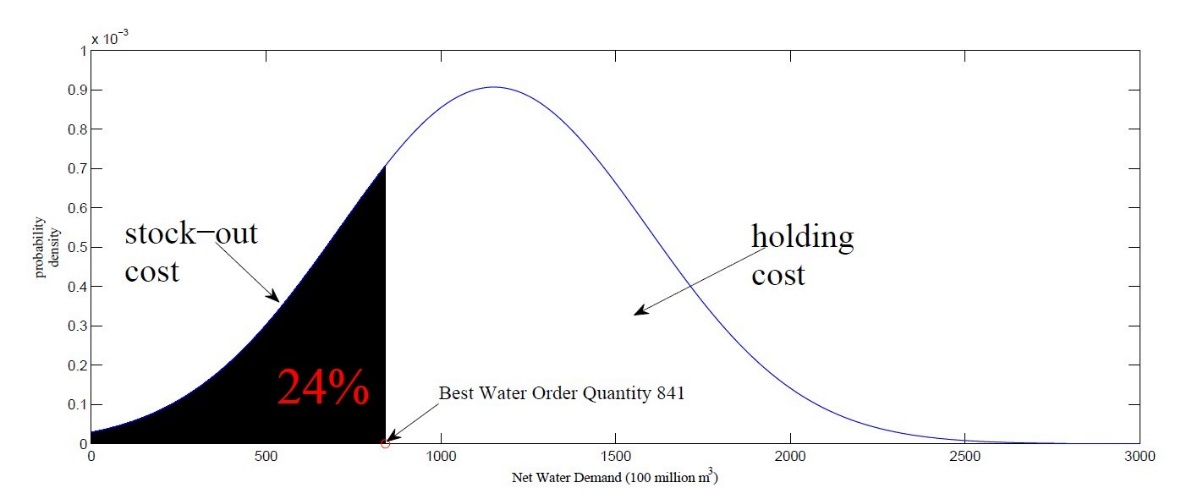
宜昌市的年均降水量数据从维基百科获得，同时我们也从维基百科查到了三峡水库的日常储水量为393亿立方米。

通过以上计算，我们得到净需求为1151.6亿立方米。因为我们将年降水量以及日常储水量视为常数，因此净需求的标准差即为水缺口的标准差，即440亿立方米。

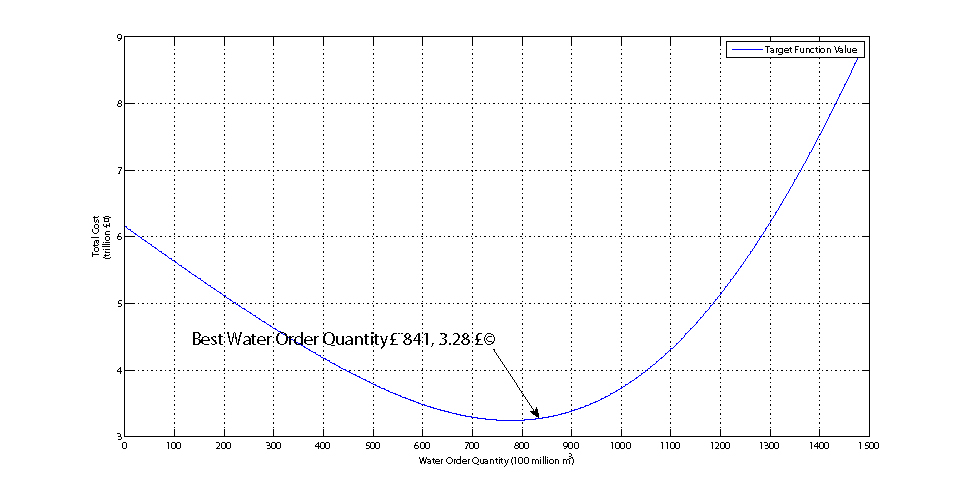
4.3.3 模型的仿真以及结果

有了净需求的分布函数以及缺货成本、机会成本的具体数值，我们便可以求解理论的报童模型。通过计算，我们得出三峡水库最优的订购量为841亿立方米（见图9）。我们通过遍历所有可能的订购量，用Matlab来计算相应的期望成本（见图10），可以看到当订购量为841亿立方米时，期望成本最小。与此同时，我们用均值为1152亿立方米，标准差为440亿立方米的正态分布随机生成了500个三峡水库下游地区的净需求量，并将最优订购量带入成本函数，计算在最优订购量下净需求的变动对期望成本的影响（见图11）。

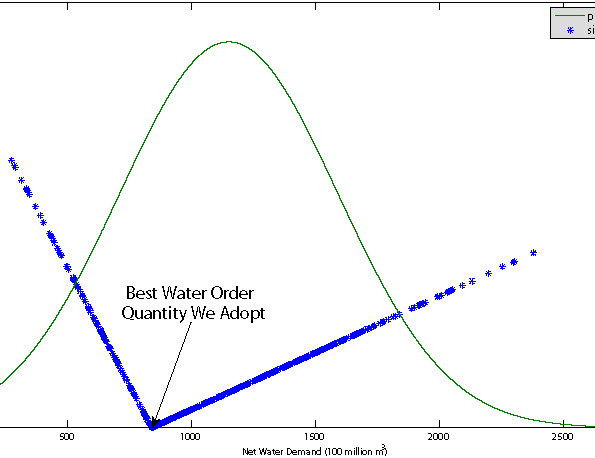
考虑2025年作为下一次订水期，我们建议三峡水库应该从上游地区订购841亿立方米的水资源来满足下游地区未来的水缺口。本案例也说明了报童模型是一种很强的解决实际问题的理论模型。通过获得更加精确的数据以及加入更多考虑因素进来，政府部门可以在三峡水库订购问题上做出更加明智的决策出来。

**图 9: 报童模型的求解**

**图 10: 报童模型期望成本函数**



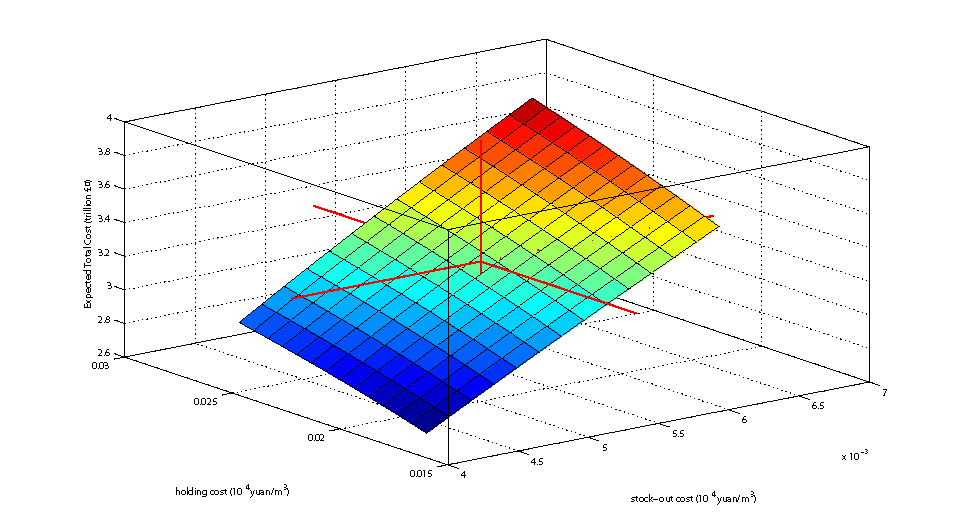
**图 11: 净水需求的蒙特卡洛模拟**



**4.2 敏感性分析**

通过我们模型计算得到的最小期望成本以及最优订购量可以帮助决策制定者更好的应对未来的不确定性。然而，诸如环境或者社会成本（环境破坏、强制性迁居）等因素并没有考虑进模型中。另外一个局限便是下游净水需求必须严格满足正态分布才可以。在我们的模型中，我们分别用上下游地区单位立方米水对GDP的贡献值作为我们对缺货成本以及机会成本的估计。由于各个省市其水对GDP的贡献度每年会有一定波动，下面，我们通过对缺货成本和机会成本做一定范围的改变，以看其对期望成本的影响（见图12）。

**图 12: 敏感性分析的可视化**



**5** **策略3: 海水淡化**

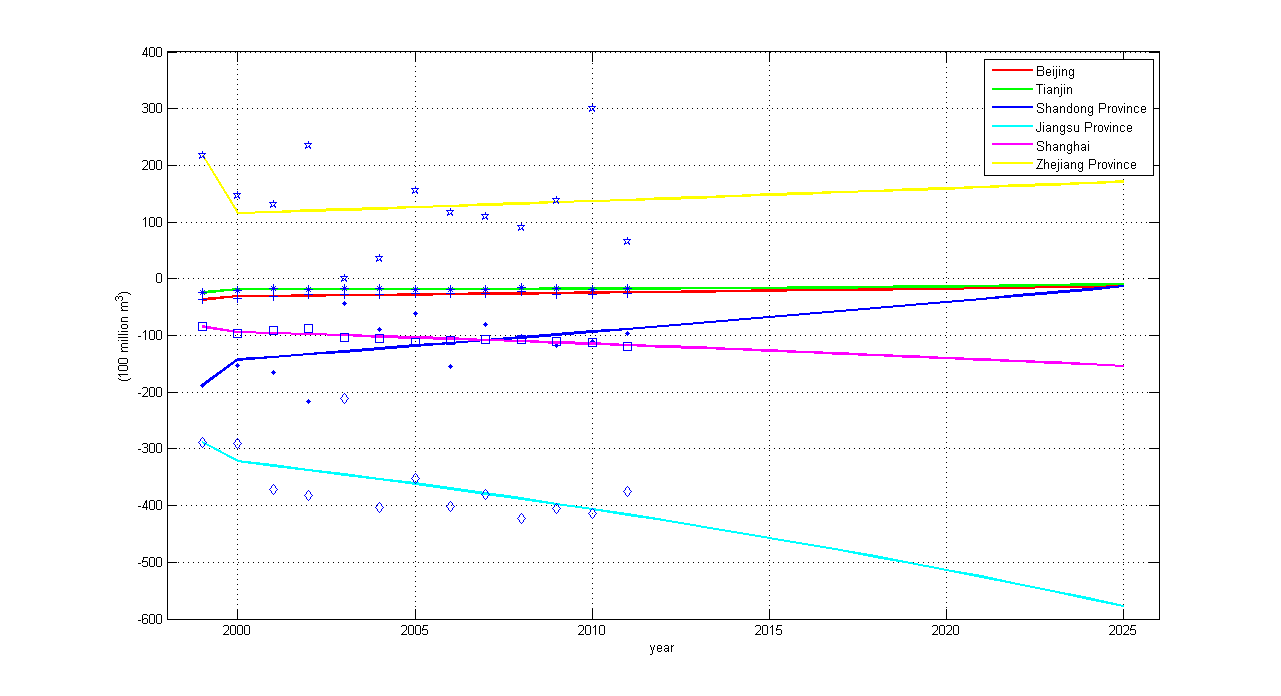
海水淡化是指通过蒸馏等方法降低海水中的盐和其他矿物质含量，来为人们提供淡水的一种方法。咸水毫无疑问是水供给的一个巨大来源，因此部分沿海地区采用了海水淡化来解决水短缺的问题，比如说沙特阿拉伯[9]。

在中国，天津市正在运营一家海水淡化厂来缓解当地严峻的水短缺问题，但是海水淡化并没有广泛的推广到中国其他地区。在这里，我们应用了净现值分析的方法去研究建立海水淡化厂的成本以及收入，之后决定在缺水地区是否要建海水淡化厂，如果建的话，需要建几个。

**5.1 海水淡化厂潜在选址**

由于海水淡化本身的特点，海水淡化厂目标选址被限制在了沿海缺水地区。通过我们在第2节的预测，我们将目标选址区锁定在了北京、天津、上海、江苏省以及山东省（见图13）。

**图13: 六省市地区水缺口比较**



假定技术以及地理上建立海水淡化厂都是可行的，下面我们主要将精力放在海水淡化厂所带来的经济以及社会效益是否超过所投入的成本上。

**5.2 假设**

* **海水淡化厂作为所在地水缺口的唯一水资源提供方。**
* **不同地区的海水淡化厂之间并没有任何差异。**每一个海水淡化厂均有相同的产能，初始投资，单位淡化成本以及运营成本。
* **建立一个海水淡化厂平均需要2年的时间。**
* **海水淡化厂所带来的社会效益用单位立方米水对GDP的贡献值来衡量。**水资源对农业、工业生产以及城市消耗而言非常重要，进而直接影响到当地的GDP。

**5.3 符号说明**

* : 第t年的第i个省的净现金流
* : 第i个省的单位立方米水对GDP的贡献值
* : 第t年第i个省的GDP值
* : 第t年第i个省的水缺口量
* : 为了满足水缺口，各个省市所需要建立的海水淡化厂的数量
* : 每个海水淡化厂的初始投资，我们设为20亿元人民币
* : 每个海水淡化厂的运营成本，我们设为1.47亿人民币
* : 每个海水淡化厂的年产能，我们设为50亿立方米
* : 单位海水淡化处理成本，我们设为0.015元/立方米
* 折现率，我们设为5.12%.

以上参数的估计是从*《桃园海水淡化厂计划概述》*[10]中获得。

**5.4 成本-收益分析**

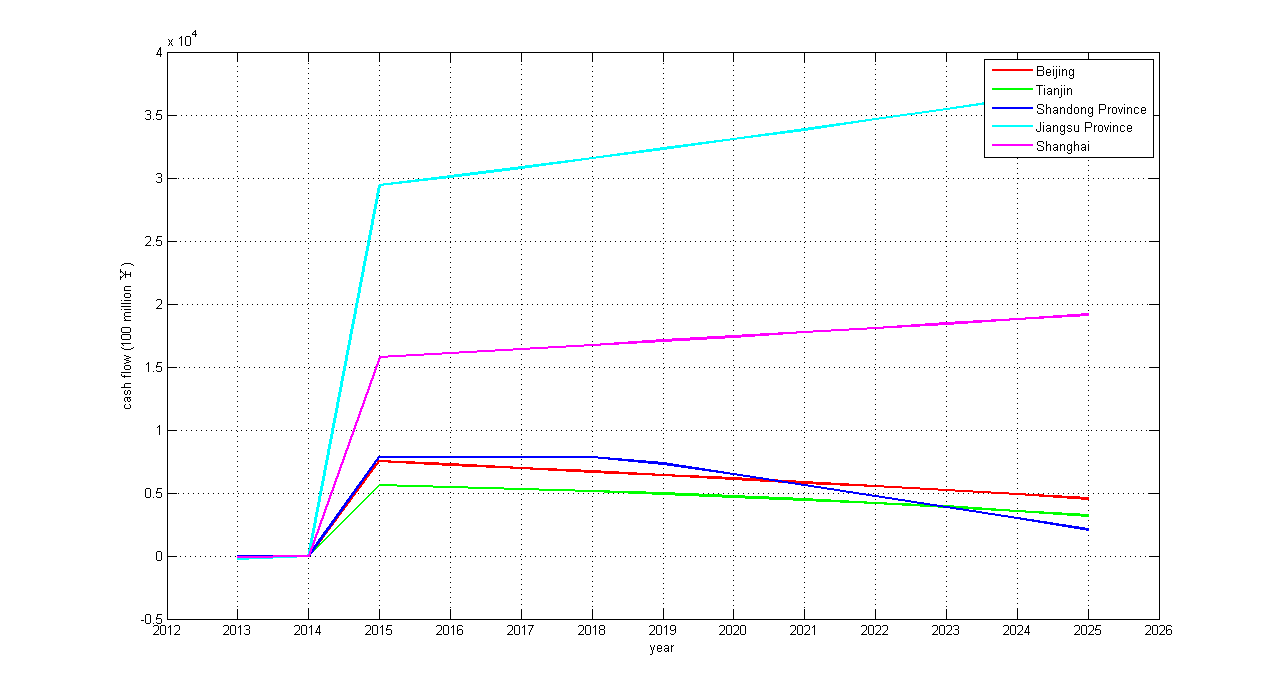
海水淡化厂建立的成本包括初始投资、运营成本、海水淡化处理成本，收入主要体现为水资源对当地GDP的贡献值上。海水淡化厂每一年的现金流如下所示：

其中 , 以及 是最近三年各个省市相应数据的平均值。通过将各个省市2025年水缺口量除以海水淡化厂的年产能，我们便得到了各个省所需建立的海水淡化厂数量n，其中北京、天津、山东各需要1个海水淡化厂，上海需要4个海水淡化厂，而江苏需要12个海水淡化厂来满足水缺口。

通过对海水淡化厂每年的现金流进行贴现，我们得到了投资海水淡化厂建立的净现值为：

通过我们的计算，结果说明对以下5个省（见图14）而言，建立海水淡化厂是能够增加社会效益的。特别地，江苏省因为采用海水淡化厂所获得的社会效益是最高的，其净现值为24.46万亿元。

**图14: 5省市海水淡化厂现金流图**



**5.5 策略说明**

如果建立海水淡化厂在技术上以及地理上是可行的话，我们强烈建议沿海缺水地区如果没有其他更好的应对水短缺的措施，可以考虑建立海水淡化厂来满足2025年的水短缺问题。然而，应该注意到目前天津市正在运营的海水淡化厂的实际产能很大程度上受到当地简陋的基础设施以及居民对淡化水需求的影响[11]。因此在决定采用海水淡化时，政府部门应该首先提高居民对淡化水的需求以及建立更好的基础设施。

**6 策略4：节水方案**

节流和开源同样重要。为了鼓励市民节约用水减少浪费，政府最近引入了诸如阶梯性水价政策，它的理论基础源于Ramsey定价策略。通过对陕西省的实地调查 [12]，刘和顾发现阶梯性水价策略每人每年能节约大约15立方米水。因此，该项目很可能在未来为了解决缺水问题而得到广泛的应用。本文主要关注如何确定水价策略的阶梯，包括水价和阶梯的幅度。

Ramsey定价理论的核心在于，分界的价格应当和需求价格弹性互为倒数关系，并乘以一个小于1的常熟 [13]。大量学者已经将这一理论应用于公共服务部门，比如政府希望在水部门最大化公共福利而不是利润 [14, 15]。因而，我们同样运用Ramsey定价模型来提出我们的最优水价策略。

**6.1 假设**

* **我们将各个省划分成农业部门，工业部门和生活部门，并在各部门内单独考虑最优的定价策略。**农业，工业和生活用水是水资源需求的主要组成部分，它们所占比重分别为61%,24%和13% [5] .
* **在每一部门中，根据消费者不同的收入水平，我们划分低收入群体，中等收入群体和高收入群体。**三阶梯无论是在理论上还是实践中都被大量使用，因为过多的阶梯难以操作，而过少的阶梯效率低下[16]。
* **对于不同的人群，需求是内生的，受到水价格的调节。**古典经济理论提出，价格是影响需求的有力武器。
* **我们假设政府是水资源供应商，因此边际成本和固定成本在不同部门中，对于不同的群体都是相同的。**
* **政府只要总收入等于总成本。**不像企业，政府更关注社会福利。即便它的确产生利润，利润也通常非常低 [17]。
* **定价方法在三个部门中是相同的。**为了简便起见，我们接下来所展示的模型只针对一个部门，该模型可在另两个部门中得到拓展。

**6.2 符号说明**

* : 不同群体的需求，i可以是低，中和高。
* : 针对不同群体的水价，i可以是低，中和高。
* : 不同群体的需求弹性，i可以是低，中和高。
* : 不同群体需求函数中的截距项，i可以是低，中和高。
* : 政府所面临的总成本。
* : 政府所面临的边际成本，这在每个部门中都是相同的。
* : 政府面临的固定成本，这在每个部门中都是相同的。
* : 政府面临的总收入。
* : 不同收入群体的边际社会福利，i可以是低，中和高。
* : 每个部门的总社会福利。

**6.3 模型**

Bailey[18]用线性回归和双对数线性回归来描述基于价格的用水量，结果发现后者拟合得更好。鉴于Bailey的研究结果，我们同样采用双对数显性回归，需求函数如下：

这里，ε, 代表了某个部门内各个群体的需求弹性。

对于政府，总成本为：

总收入为：

增加一单位用水量，消费者支付，政府支付MC。所以，边际社会福利可以表示为：

我们的目标是得到最大化总社会福利的最优用水需求。因此，问题可以表述为：

为了得到最优需求量，我们使用拉格朗日乘子法，先得到每个消费群体的最优价格。从而，最优化问题转变为：

使（6）式的一阶导数为零，我们得到：

因此，对于每个消费群体，我们可得：

用来表示和 ，我们得到：

将(7)式和(8)式带入(4)式和(5)式，并如我们假设的那样，是总收入等于总成本，我们得到：

这里，。通过解等式（9），我们可得到在不同用水量下的最优价格，并进一步得到最优的用水量，后者可作为阶梯水价的用水量划分。

**6.4 算例分析和策略**

农业部门占了总用水量的绝大部分，但直到最近才有部分省市，比如湖南省，开始收取灌溉费用，因为在农村地区执行收费非常困难。因此，我们认为在农业部门使用阶梯性水价策略还为时过早。

自从在生活部门得到使用后，阶梯型水价策略得到了广泛的讨论。为了能提出一个具体的最优策略，我们使用算例分析来验证该模型的可信性。

根据基本的微观经济理论，需求弹性大约位于-1到0之间。贾和康 [19]发现在中国，需求弹性为-0.346。所以，我们将-0.4赋给。在我们的模型中，低消费群体的用水需求量可视为对水的基本需求，弹性为-0.7。这一逻辑同样适用于高消费群体的用水量，我们将-0.1赋给。对于其它参数，我们主观赋值（具体见表5）。

**表5 参数赋值**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

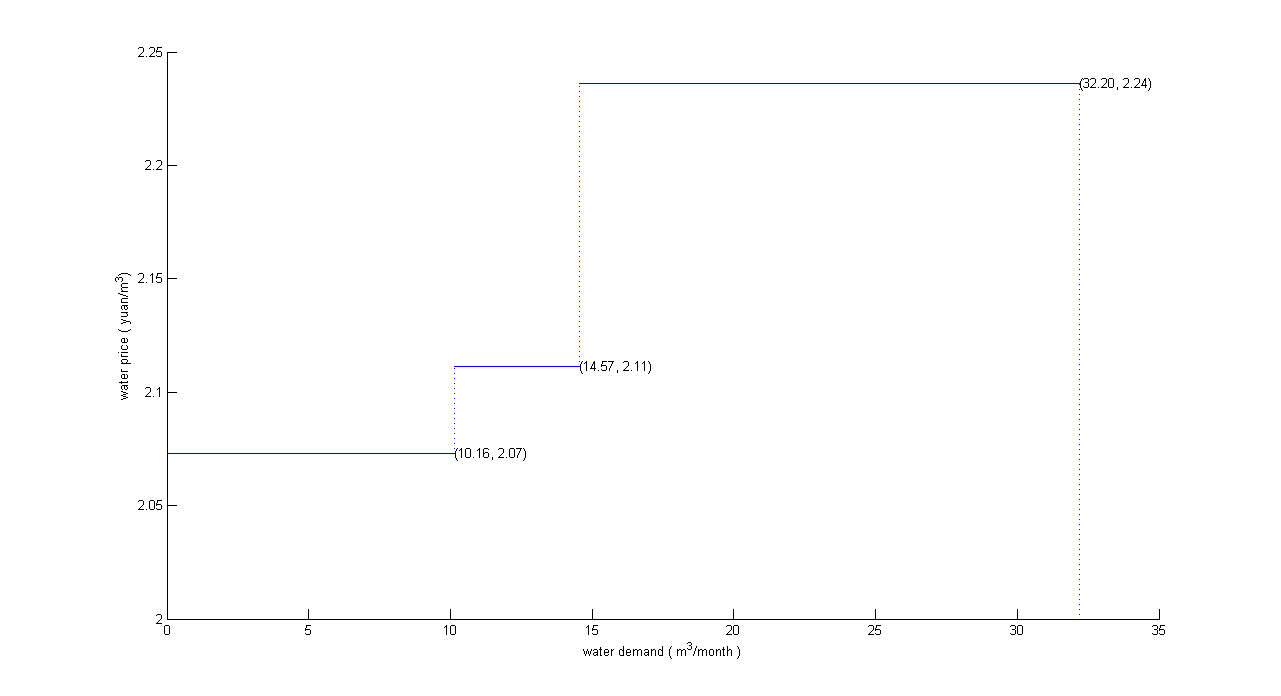
从表6和图15的结果来看，当用水量低于大约时，最优价格应设为。当用水量介于和时，价格应设为。当用水量超过时，价格应设为2.24元/。 结果符合常识，但是我们需要更全面的调查来获得更准确的参数值，这对最终的定价策略是必须的。

**表6 算例分析和最优定价策略**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 第一阶梯 | 第二阶梯 | 第三阶梯 |
|  | 10.16 | 14.57 | 32.2 |
|  | 2.07 | 2.11 | 2.24 |

基于刘和顾 [12]提供的数据，我们将上述结果应用于西安市，结果发现平均每人每年能节约17.8立方米的水资源，比现有计划更加有效，这展示了我们模型的优势。然而，我们需要更全面的调查来获得更准确的参数值，这对最终的定价策略是必须的，但是我们相信该模型是政府制定好政策的有力武器。

**图15 算例分析和最优定价策略**



**7 综合策略**

现在，我们希望整合上述四种策略，为决策者提供一个综合提案。我们认为每个策略都有各自的优势及劣势（具体见图16），当面对缺水时，政府应当因地制宜地调整策略。

**水资源调度**在紧急情况下很有优势，尤其是解决水资源在地里分布上的分布不均匀。然而，水资源调度工程需要大量的资金和时间投入。**水资源存储**方便执行，因为水库通常位于主要河流附近。然而，水库的位置同样会带来负面效应，比如给生态环境施加过多压力。当下游需求相对稳定时，即很少会发生无法预测的紧急事件，该策略的适用效果最好。**去盐碱化**能产生更高质量的水资源，对于那些缺乏干净可用的水资源地区非常有用。虽然该策略拥有几乎无限的水资源，也能产生诸如盐的副产品，它的成本主要取决于相关技术。去盐碱化只能应用于沿海地区，我们建议在发达城市应用去盐碱化，因为它需要相应地基础配套设施和饮用水市场。**阶梯性定价**可在城市大量应用，执行起来方便且成本相对较小。但是市场的反馈，反映在需求的减少，可能有一定的时间差。

根据两大标准，内陆VS沿海以及不确定用水需求VS确定用水需求，我们对四种策略进行划分（具体见图17）。我们将历史数据的波动程度定义为需求的确定性，而前者可通过相关部门获得。

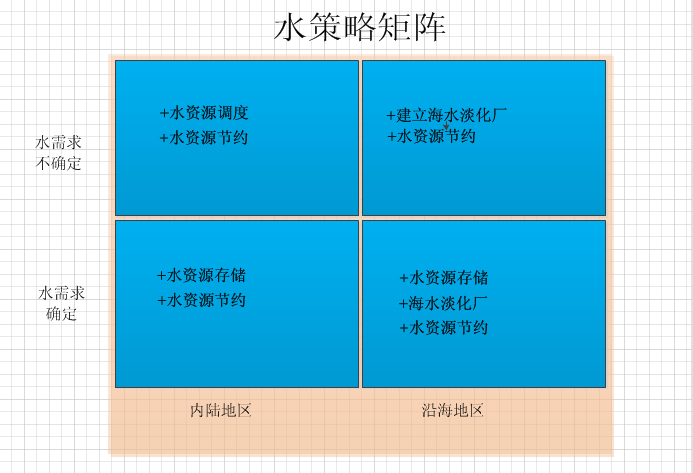
结合对用水缺口的预测，我们提出四大计划来应对2025年的用水问题。

1. 应当优先考虑**江苏省**的情况，因为它缺水最为严重。江苏是一个相对发达的省份，所以我们建议**进行水资源存储，建立5个海水淡化厂和采用阶梯性水价策略**江苏省拥有大量水库，相关部门应当根据我们的报童模型制定储水策略。在采用其它策略的情况下，要弥补用水缺口，5座海水淡化厂是恰当的。事实上，阶梯性水价策略已经在南京市和南通市应用，我们高度建议在我们模型的基础上，在全省范围内推广该策略。要执行全面的调查来精确地预测参数值。
2. 鉴于其在中国战略性地位，**上海**也应当受到重视。和江苏省一样，上海是高度发达的沿海城市，所以我们建议**建立5个海水淡化厂和采用阶梯性水价策略。**考虑到上海的高购买力，我们预计水价应当高于其它城市，前提是我们的模型被正确使用。
3. **河南**是典型的内陆城市，主要依靠农业，因此我们建议**进行水资源存储**来解决缺水问题，因为黄河流经河南省。决策者需仔细决定为了今后的用水缺口，需储水多少。我们相信我们的报童模型能帮助政府做到这一点。
4. 对于**北京**，**天津**和**山东省**，我们建议**分别建立1个去海水淡化工厂，采取水资源调度和阶梯性水价策略。**三个相邻省份能产生极大的协同作用。中国北方地区是典型的水源性缺水，因此水资源调度工程将对北方的地区产生直接的益处。

**图16 不同模型的优势和劣势**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 水资源调度 | 水资源存储 | 海水淡化 | 水资源节约 |
| 优势 | 1、满足紧急的用水需求 | 1、易操作  2、为当地动物建造生态环境 | 1、充足的海水供给  2、产生其它副产品  3、提供高质量的水资源 | 1、低成本  2、易操作 |
| 劣势 | 1. 建设成本高 2. 建设时间长 | 1. 可能会引起地震 2. 运营成本高 | 1、技术要求高 | 1、水资源需求的改变存在时滞 |
| 适用条件 | 1、不确定的用水需求 | 1、下游确定的用水需求  2、水库容量大 | 1、沿海地区  2、发达地区 | 1、城市地区 |

**图17 四种策略****的划分**



**8结论**

**Q1: 到2025年，预计水资源的需求和供给分别是多少？**

根据灰色模型，我们估计到2025年，中国会15个省份处于缺水状态，大多数位于中国北方。其中，江苏省情形最为严重，缺水量达580亿立方米。

**Q2: 如何填补预计的缺口？**

在考虑空间上的分布不均时，我们通过运输模型来实现水资源调度方案。将全中国划分成七大流域，将每个流域内各省的用水缺口相加得到整个流域的用水缺德口，我们发现到2025年，海河流域和黄河流域将面临缺水问题。假设运输成本与距离成正比，我们得到以下最优调度方案：松辽流域向还和流域运水，龙河流域向黄河流域运水，总成本为14.89亿元。

在考虑时间上的分布不均时，我们通过报童模型来实现水资源存储方案。将水库看成向上游订购水量的分销商，以满足下游的用水需求，我们旨在找到水库为了满足未来的需求所需存储的最优水量。三峡大坝的案例分析表明为了满足下游的需求，三峡大杯需储水8.4千万立方米，其下游包括安徽和上海。

在考虑增加供给时，我们通过NPV分析来决定是否建立海水淡化厂。我们首先将选择范围缩小到5个在2025年面临缺水的沿海城市，进而得到需建立几个海水淡化厂。我们假设用水缺口必须得到满足。基于成本和收益的适当假设，我们发现海水淡化厂在每个省内的净收益都是正的，说明该方案在经济上和社会效应上都是有效的解决缺水问题的工具。

在考虑减少需求时，我们通过Ramsey定价模型来实现水资源节约。基于不同的用水量，我们旨在提出一个最优的阶梯性水价方案。通过一个相对主观的算例分析，我们证明了我们模型的可信性，但是为了得到最终结果，我们需要更精确的参数估计。

**Q3: 怎样恰当地使用四种策略？**

四个策略各有优势和劣势，所以我们应当因地制宜地采取措施。为了给政府制定决策提供一个简洁和清晰的指导，我们根据两大标准对四项策略进行划分，标准分别为内陆地区VS沿海地区以及不确定用水需求VS确定用水需求。去盐碱化和阶梯性水价应当在城市里实施，而不是农村地区。

对于一些将在2025年缺水的地区，我们提出了详细的方案。具体来讲，我们建议江苏省采用水资源存储，去盐碱化以及阶梯性水价，上海采用去盐碱化和阶梯性水价，河南省采用水资源存储，北京、天津和山东省联合采用去盐碱化和水资源调度。

**9优点与不足**

一个主要的问题在于数据的精确性。不同来源的数据遵循不同的标准，因此可能会产生整体的不一致性。另外，虽然我们的数据来自官方，比如国家统计局，但这些数据仍然可能受到操纵。在另一方面，对数据的不同解释也会导致不同的结果。我们模型中参数估计的数据有些很难得到，比如水资源调度的单位成本，建立海水淡化厂的成本等等，如果这些参数估计偏离了本质的数值，我们的最终策略将发生极大的改变。

然而，得到理想的数据不是简单的事情，这往往需要长期的调查和研究，以及相关领域专家的帮助。在短短的几天时间里，不可能准确地获得这些数据。面对这一事实，假设我们的数据都是精确的，我们试图用逻辑性和数学计算来建立概念模型（灰色模型是一个例外，使用灰色模型的理由详见第二部分）。这样一来，只要我们获得更精确的数据，比如官方的内部数据，我们就能够不费力地调整我们的最终方案。

**10 致相关部门的一封信**

致相关部门：

此封信件旨在建议一项综合了海水淡化、节水、调水、蓄水的水资源管理策略，以对你们在未来应对水资源短缺问题时提供帮助。

根据我们的预测，水资源短缺的现象在2025年将比较严重。全国将有15个省份面临水资源短缺问题。以江苏省为例，在2025年该省将面临583.2亿立方米的水资源短缺。北京、上海等其他省份或地区亦将面临不同程度的缺水。

根据我们的建模以及求解结果，我们建议在2025年从松辽流域向海河流域调水132.2亿立方米，从长江流域向黄河流域调水52亿立方米。另一方面，根据我们对三峡大坝的案例分析，我们建议大坝蓄水841亿立方米以满足下游需要。另外，上海应建立四个海水淡化点，且其他地区亦应建立若干海水淡化点。同时，我们对陕西省的案例分析表明对水价的阶梯式定价能够有效地减少水资源的需求。

为应对江苏省可能面临的严重水资源短缺，我们建议在该省对水资源进行阶梯式定价，并建立5个海水淡化点。另外，有效地使用水库的蓄水功能亦将产生客观的水资源供给量。

我们的方法结合了四项策略来应对在复杂环境中的中国可能面临的水资源短缺问题。这些策略相结合能够应对不同程度的水资源需求，以及不同省份的地理情况。我们对于我们模型应对各式情况的能力有着充分的自信。

我们的研究中遇到的一个主要问题是数据的可靠性。由于我们的模型是概念模型，使用的是逻辑推理与数学寻优，因此我们的模型总是在给定的数据下给出最优解。因此，若贵部门有兴趣与我们的团队合作，并提供更加准确的数据，我们能够在新的数据下迅速求解出更精确的详细策略。我们希望，在我们的共同努力下，我们能够最大程度地改进中国当今的水资源状况。

此致

敬礼

数学建模参赛队伍17444